

## 資料・販売数量計画と自製または購買計画の同時決定

伊 伏 彰

製造業のコストダウンの一環として部品または原材料の調達確保にあたり、自製、購入の選択をめぐる意思決定問題が存在する。この問題に関し多くのテキストの解説は、標準的パターンとして製造生産計画に限定しているケースが一般的である。

本稿の解説はこの自製、購入の選択決定問題を当該最終製品の販売計画と連携した製造生産計画として、いわば販売生産を一体化した考慮のもとで考察したものである。

この問題の解説にあたってはすでに H. Jacob の研究成果、注 1. のなかにその一般的モデルが詳細に論じられている。最近このモデルを適用した企業の実例が R. Kohler & C. Utzel の両者によって紹介されている。ここでは自製、購入の選択決定問題を製造計画に限定せず販売計画と関連した意思決定問題としてとりあげ、この種の実践的課題解決に貢献しているケーススタディとして注目したい。本稿の狙いはこの資料、注 2. の紹介と解説にある。

### 「問題設定」

1. ドイツの化学企業、ホルトナ有限会社は主に製品として接着剤 Q を製造、販売しており、製品 Q について販売部門では以下の販売価格関数 Preis-Absatz-Funktion を予定している。

$$P = 100 - 0.2 \times D \text{ M / t}$$

2. 製品 Q の製造のために 4 種の原料素材がミキサー装置で混合される。ミキサーのキャパシティには充分の余裕がある。

接着剤 Q 加工のための変動費は 1 トンあたり 34.50 DM である。4 種の素材 (A, B, C, D) はすべて、自家製造が可能である。しかもその自家製造は 4 種共、すべて同一製造装置で製造される。同時に 4 種の素材のうち 3 種は任意の数量を外部に発注することが出来るものとする。

3. 表 1 は各素材の自製および購入のための関連資料である

- 当該製品製造のために必要な機械時間
- 当該素材 1 トン製造の意思決定関連原価 (材料費, 加工費)
- 素材 1 トンあたり外注費
- Q 1 トンあたりの各素材の配合比率

素 材	A	B	C	D
1 トン当り機械時間	3	2	1.5	1
自製造 1 トン当り変動費	25	10	48	55
1 トン当り外注費	40	／	60	50
製品 1 トンの各素材の含有比率	20%	15%	35%	30%

表 1 生産, 原価資料

4 素材製造のための設備キャパシティは80時間である。

以上の諸条件と関連資料の下に次の二つの問題に直面している。

－何トンのQをいくらの価格で販売されるべきか？

－素材をどれだけの数量を製造すべきか, 外部発注すべきか？

以下計算式の符号の意味は次の通りとする。

BD－補償額 (DM)

DS－補償差異 (DM／t)

kv－Q 1 トンあたり変動原価 (DM／t)

p－Q 1 トンあたり販売価格 (DM／t)

x－最終生産物Qの販売数量 (t)

E'－最終生産物の限界収益 (DM／t)

#### 「一次解法の数式」

上記の課題を解明するために, 第一次的方法として外部注が可能である素材はすべて外部に発注する。この方法を以下, 「一次解法」とする。ただし表1のデータから素材Bの全需用は外部に仕入れ先が存在しないので, すべて自家製造されるのに留意する。

以上の条件のもとに収益－変動費＝補償額 Deckungsbeitrag は次式で表現される。

$$DB = p \cdot X - kv \cdot X [DM] \dots\dots P \cdot X \text{ 収益} \quad kv \cdot X \text{ 変動費}$$

上記に表1のデータを当てはめると以下となる。

$$DB = (100 - 0.2X) \cdot X - 34.5 \cdot X - (0.2 \cdot 40 + 0.15 \cdot 10 + 0.35 \cdot 60 + 0.3 \cdot 50) \cdot X$$

$$DB = 100 \cdot X - 0.2 \cdot X^2 - 80 \cdot X$$

補償額を最大にする生産数量X (クルーノの点) は当式を微分し, これを0とすることにより, 50トンの値が求められるであろう。

$$X = 100 - 80 / 2 \cdot 0.2 = 50 (t)$$

これにより一次解法の利益最大の販売数量は50トンとなり, 素材A10トン, 素材C17.5トン, 素材D15トンを外注し素材B7.5トンは自家製造される。一次解法では素材Bのみ製造され, 機械装置のキャパシティ15時間利用したことになる。最終的に補償額500DMである。ただし一次解実施のさいキャパシティに溢路が存在するならば, 製品Qの販売数量は素材Bの最大生産数

量により決まるであろう。

### 「一次解法の改善」

一次解では素材生産装置の使用時間は15時間であり、残り65時間の余裕を残している。しかも製品Q 1トンあたり80 DMの一次解法の前価（変動費）は素材B以外の他の素材を自家製造することで削減することも出来る。そのことかは、クルーノの点（販売数量）の上昇（生産量アップ）と新たに自製化される素材の追加生産により機械装置のキャパシティの稼働増を導入することが可能になる。

この意味は一次解より、より一層の限界利益＝補償額を保証する代替案の可能性を示唆するものでもある。

ここに於いて素材製造の生産装置80時の溢路と  $P=100-0.2 \text{ XDM/t}$  価格関数の下で最大の補償額を確保するための最適解は一次解を基礎として（1）外部発注分を自製に転換しコストの低減を企画すること、（2）各素材の生産数量の水準を全体的に引き上げ最終製品の生産量＝販売量を拡大することで求めることが可能である。

### 「自製へ転換」

まず外部発注より自製転換の方が有利な素材はすべて自製するものとして、当素材製造装置が最大の補償額を確保する生産量に対応可能か検証する必要がある。そこでは、表1から自明のごとく外部発注から自製への転換可能な素材はA及びCの二材が（製造コストの方が発注価格より低い）対象となる。素材Dの自製転換は不利である（製造コストの方が発注価格より高い）。そこで当初からの自製素材BとAおよびCの自製転換とDの外部発注による生産計画となる。

この生産計画の変動費の合計は1トンにつき72.8 DM/tとなる。

$$kv=34.5+0.2\cdot 25+0.15\cdot 10+0.35\cdot 48+0.3\cdot 50=72.8 \text{ DM/t}$$

補償額を最大にする販売数量は次式（クルーノ公式）より68トンとなる。

$$DB=(100-0.2X)\cdot X-72.8X$$

$$X=100-72.8/2\cdot 0.2$$

$$X=68 \text{ トン}$$

この68トンの製品を製造するためには素材生産装置の必要使用時間は96.96時間を確保しなければならない。

$$68\cdot (0.2\cdot 3+0.15\cdot 2+0.35\cdot 1.5)=96.9 \text{ Std}$$

\* ( )はQ 1トン生産に必要な素材のキャパシティ需用＝生産係数

一方素材生産装置の許容限度は80時間である。この生産計画に96.9時間を必要とする生産計画はそのままでは対応不能である。すなわち自製に有利な製品をすべて生産計画に無条件組み入れることは不可能であることが分かる。従って別途、条件的取り組みが配慮されることにな

る。すなわち一挙に素材A, Cを取り込みをせず以下の基準値, 素材A及びCの当該素材の「相対的な補償スパン」relativer Deckungsspannenを表1から求めて(単位当りの補償額をトン当りの機械時間で除す),

素材A = {40 DM/ta-250 M/ta} : 3 Std/tA=5 DM/Std

素材B = {60 DM/tc-480 M/ta} : 1.5 Std/tc=8 DM/Std

これの基準値の有利な素材C (8 DM/Std) から先に組み入れ順次, 素材A (5 DM/Std) を生産計画に受け入れる。この効果は素材Aの完全自製より210 DMの追加補償額が得られ, 同じく素材Bは10.04トンの完全自製により150.6 DMが得られる。

### 「販売数量の増大」

販売数量の増大を導入するためには, 今まで外注していた素材を自家製造されるが, それは単に外注されていた部分が自家製造に取り代わり, Qの販売数量自体はこれにより増加しないのである。従って, 全ての今まで生産計画に含まれている素材の数を拡大すると同時に自家製造されていなかった素材もそれに応じた数量をさらに外部発注を拡大させる。その過程で以下の基本的前提が考えられる。

「Qの販売数量は素材の外注数量から自家製造への転換が完全に実行された時点で初めて増伸される。Qの拡張によって投下されるキャパシティ時間毎の限界利益の飛躍的減少は次に最有利の素材の相対的, 限界補償スパンの水準で防げられる。これに代わりQの益々の増加とこの相対的な限界補償スパンの連続的のリンゲージが達成される」。(表2)を参照されたい。

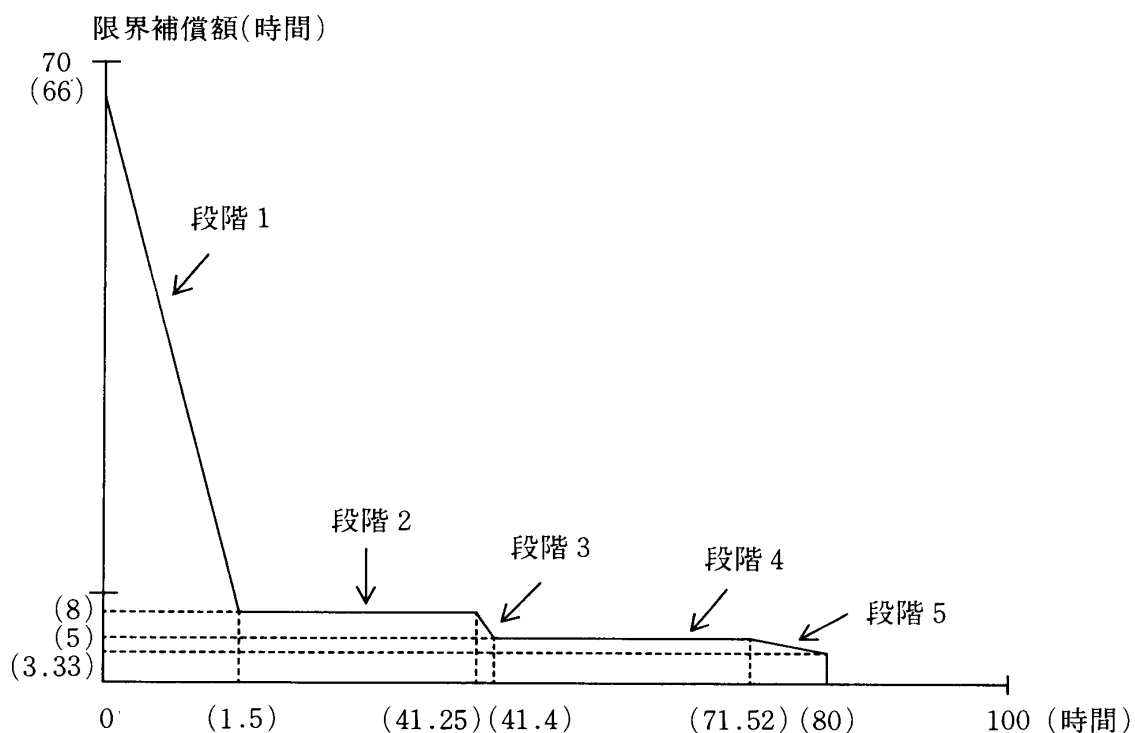


表2 投入機械時間当りの限界補償額 注3.

「Qの拡張に対してこの点まですでに生産計画に容れられているその素材の自家製造数量は高められる。この数量アップは相対的限界補償スパンが次に有利な素材の水準に達したときに初めて中断する。不必要な相対的補償スパンの一層の沈下を避けるためこれらの基本素材は次の段階で生産計画の中に採用されるのである」。

以下、最適解を得るプロセスを表2のグラフで見る。このグラフは溢路キャパシティの最適利用の際の相対的限界補償スパンの関数を表している。縦軸は単位時間当りの限界補償額、横軸は装置のキャパシティの時間を表す。

始点の66は一次解で計算される素材Bの当初の単位当りの限界補償額／投入時間の商である。途中、素材A、Bの自製組み入れに応じた単位時間当りの限界補償額の推移を経過して、最後に先の計算から、最大の補償額を確保するための必要生産時間96.9時間で最終生産単位の限界補償額は0に収めんとする予定が生産装置の溢路（80時間のキャパシティ）による中断で単位当りの限界補償額3.33で終結している。

一方この関数はQの生産数量の拡大の場合、段階3、段階5がこれに相当するが最終生産物の価格－販売関数の傾きから増進するキャパシティ利用に応じて下降するのに対し外注から自家製造へ転換の場合はキャパシティ単位の限界利益は固定した補償額差異により一定に留まっている。この間の経過は表3の資料と照合すれば理解しやすい。

### 「最適解の算定」

以上の思考過程から段階的に最適解が導入される。個々の段階のデータは表3に示されている。

段階1：一次解

段階2：素材Cを生産計画に入れる。この相対的限界補償スパンは素材Aの5 DM/Stdの場合より3 DM/Std大きい8 DM/Stdを示す。

段階3：生産プログラムに所在する素材BとCの生産数量のアップによりQの販売数量は拡大する。素材AとDはさらに外注される。

段階4：相対的限界補償スパンが5 DM/Stdに達したならばこれまで10.04トンの素材Aの外注を自家製造にする。

段階5：機械のキャパシティが限界になるまで素材の生産数量は一層拡大される。Qの販売数量はそれ故に56.14トンに上昇する。

段 階	数 量	外部発注	自家製造	需要時間	需要時間 合 計
1	50	A = 10 C = 17.5 D = 15	B = 7.5	15	15
2	50	A = 10 D = 15	B = 7.5 C = 17.5	15 26.25	41.25
3	50.19	A = 10.04 D = 15.06	B = 7.53 C = 17.57	15.06 26.34	41.4
4	50.19	D = 15.05	B = 7.53 C = 17.56 A = 10.04	15.06 26.34 30.12	71.52
5	56.14	D = 16.84	B = 8.42 C = 19.65 A = 11.23	16.84 29.47 33.69	80

表3 最適解

最適な生産数量の計算はラグランジェ lagrange の公式で求めることが出来る。その際、素材 A, B, C の自家製造の場合、Q 1 トンあたり変動費と生産係数は 72.8 DM/t および 1,425 Std/t であるので、最大にすべき補償額関数はいかのごとくになる。

$$DB = (100 - 0.2 \cdot X) \cdot X - 72.8 \cdot X = \lambda \cdot (80 - 1,425 \cdot X) \quad \text{MAX}$$

上式を偏微分することで最終生産物 X は 56.14 トン、下式から溢路における相対的限界補償スパン relative Grenzdeckungsspanne は以下計算される。

$$\text{rel. Grenz-DS} = (100 - 0.4 X - 72.8) : 1,425$$

$$(100 - 0.4 \cdot 56.14 - 72.8) : 1,425 = 3.33 \text{ DM/Std}$$

この数値はグランジェ関数の最大化のときのラムダに等しい。

最大補償額は次に計算される。

$$DB_{\text{max}} = (100 - 0.2 X) \cdot X - 72.8 \cdot X$$

X の最適値は 56.14 トン生産する。価格の最適値は 88.77 DM/t 最大補償額は 896.67 DM となる。

問題設定の合理的意思決定は以下となる。

- 1 最終生産物 Q を 56.14 トン生産する。販売価格はトンあたり 88.77 DM
- 2 素材 A, B 及び C は自家製造する。但し素材 A = 11,228 トン  
素材 B = 8,421 トン  
素材 C = 19,641 トン
- 3 素材 D は外部発注する。素材 D = 16,842 トン

伊伏：販売数量計画と自製または購買計画の同時決定

注1 H, Jacob.: Industriebetriebslehre Band 2. Wiesbaden 1972, S. 213 ff.

注2 Dr. rer. pol. Robert Kohler.: Referent im Controlling des unternehmensbereichs Klebstoffe der Henkel KGaH, Dusseldorf.

Dipl. Kfm. Christian Utzel.: Assistent amlnst. für Industrie-und Krankenhausbetriebslehre, WWU Munster.: Kostenrechnungs Praxis 3. 1931,.

注3 表2のグラフは当方で原図型を修正補完している。

(平成3年9月17日受理)