

(3)と(4)から、 $W_1'$  を消去して

$$C_L = \left( \frac{B\Gamma}{\pi VR} \right) \frac{1}{s \left( \frac{r}{R} \right) \sqrt{1+\mu^2} \cos \alpha_i} \quad (5)$$

を得る。

誘導迎え角  $\alpha$  は、 $\alpha_i$  が小である時は近似的に

$$\alpha_i \doteq \frac{w}{W_1} \quad (6)$$

と書かれるから

(1) (5) (6) より

$$\alpha_i = \left( \frac{B\Gamma}{\pi VR} \right) \frac{1}{4\kappa \left( \frac{r}{R} \right) \sqrt{1+\mu^2} \sin \phi} \quad (7)$$

(7) (5) を (2) に代入して、次の方程式を得る。

$$\left( \frac{B\Gamma}{\pi VR} \right) \frac{1}{s \left( \frac{r}{R} \right) \sqrt{1+\mu^2} \cos \alpha_i} = 2\pi k \left\{ \alpha - \left( \frac{B\Gamma}{\pi VR} \right) \frac{1}{4\kappa \left( \frac{r}{R} \right) \sqrt{1+\mu^2} \sin \phi} \right\}$$

此を  $\left( \frac{B\Gamma}{\pi VR} \right)$  について解けば

$$\frac{B\Gamma}{\pi VR} = \frac{4\alpha \left( \frac{r}{R} \right) \pi k s \kappa \sqrt{1+\mu^2} \cos \alpha_i \sin \phi}{2\kappa \sin \phi + k \pi s \cos \alpha_i}$$

$\alpha_i$  が小であるとして、 $\cos \alpha_i \doteq 1$ 、 $\sin \phi \doteq \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}$  とおくと

$$\frac{B\Gamma}{\pi VR} = \frac{2\alpha \left( \frac{r}{R} \right)}{\frac{1}{2\kappa} + \frac{1}{\pi RS \sqrt{1+\mu^2}}} \quad (8)$$

の近似式を得る。

従つて、今、 $\phi$  の第一次近似として、 $\theta \left( = \cot^{-1} \frac{r\Omega}{V} \right)$  をとり、 $\sin \theta$  に対する  $\kappa$  を Look の図表 (第5、6、7図) から読みとり、(8)及び(7)に代入して、 $\left( \frac{B\Gamma}{\pi VR} \right)$  及び  $\alpha_i$  の翼長に沿うての分布を求める事が出来る。(後略)

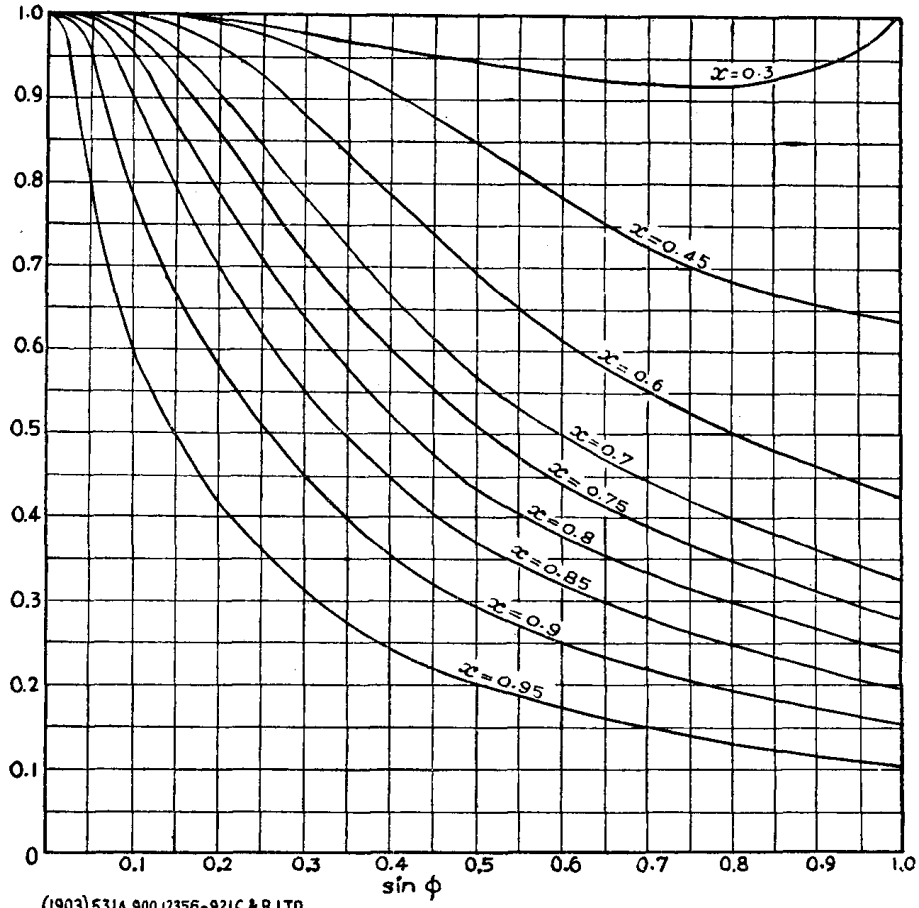
註：(1) Matsunosuke IWASAKI; The experimental and theoretical investigation on the windmills. Rep. Inst. Appli. Mech. Kyushu. Univ. Vol No 1953

(2) S. Goldstein; On the vortex theory of screw propellers. Proc. Roy. Soc. A. Vol. 123. 1929 P 440

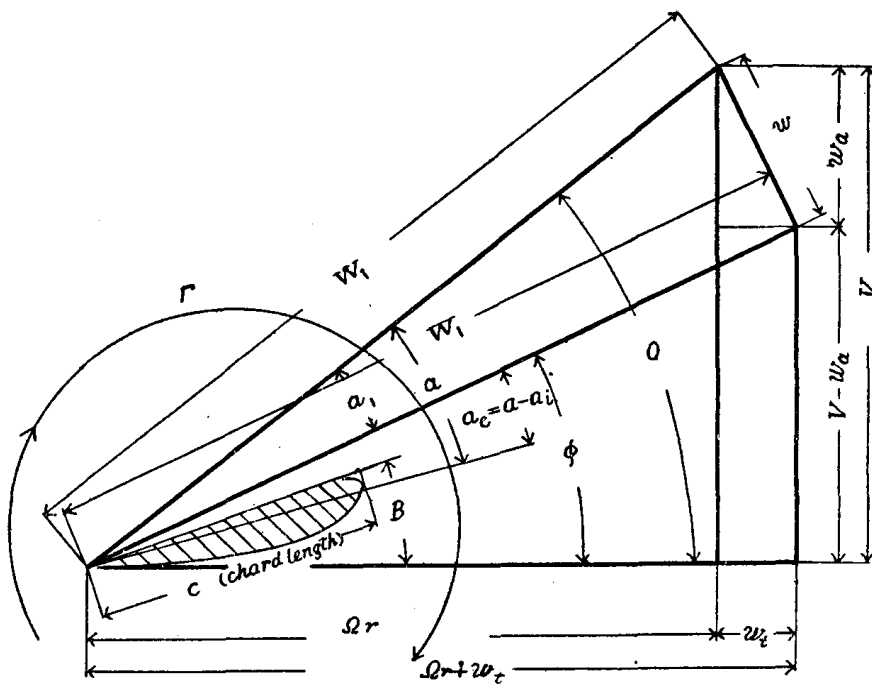
(3) C. N. H. Lock: Table for use in an improved method of airscrew strip theory calculation. R. & M. 1674 P.256,

R & M. 1674

Curves of  $K$  against  $\sin \phi$  For 2 bladed airscrews.

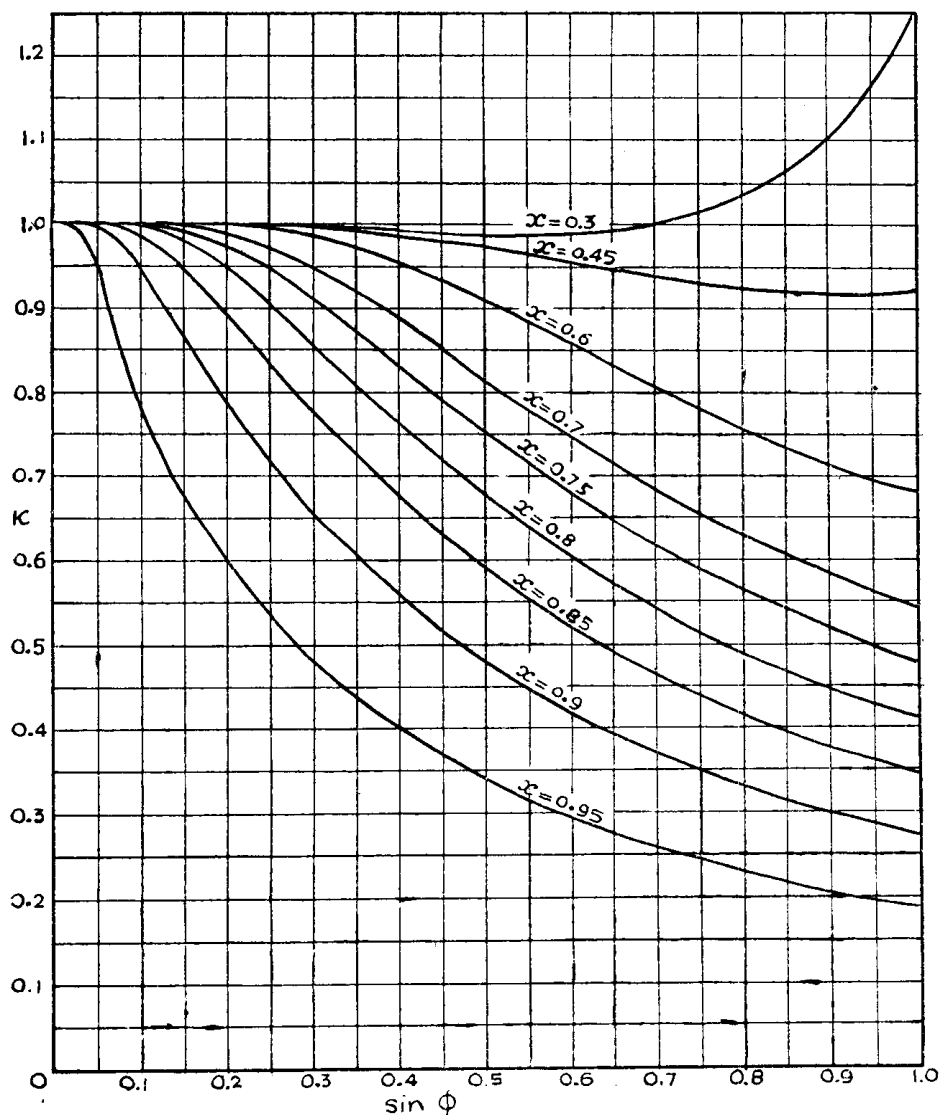


第 8 圖



R. & M. 1674.

Curves of  $K$  against  $\sin \phi$  for 4 bladed airscrews.



$\alpha_i$  ; 誘導迎え角

で書き表わされ得るし、翼素回りの循環  $\Gamma$  と揚力係数  $C_L$  との関係は、一般に知られて居る様に

$$C_L = \frac{2\Gamma}{cW_1'} \quad (3)$$

で与えられる。

第8図から明らかな様に、 $W_1'$  は

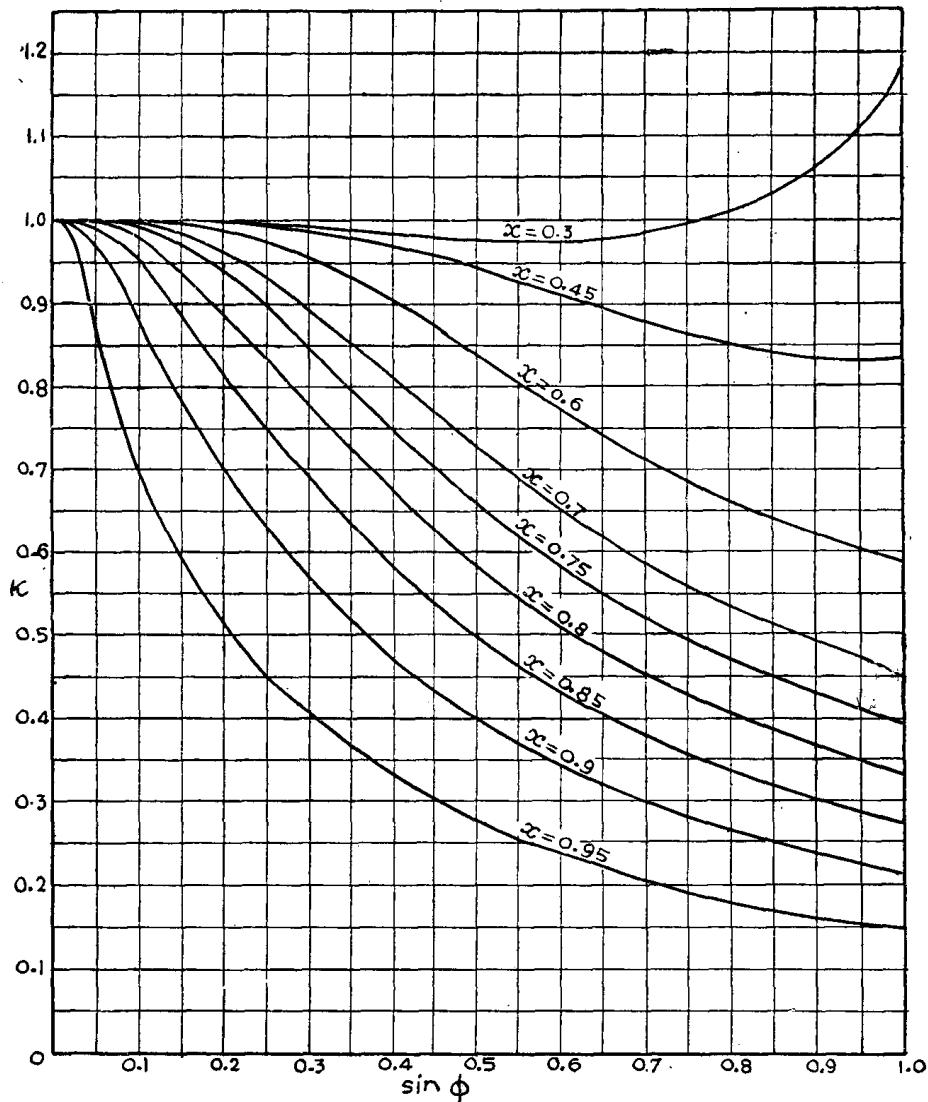
$$W_1' = W_1 \cos \alpha_i = V \sqrt{1 + \mu^2} \cos \alpha_i \quad (4)$$

である。

但し、 $\mu = \frac{r\Omega}{V}$ ,  $W_1 = \sqrt{r^2\Omega^2 + V^2}$ , 従つて、 $\sqrt{1 + \mu^2} = \text{cosec } \theta$

R & M. 1674

Curves of  $K$  against  $\sin \phi$  for 3 bladed airscrews.  
(Interpolated)



更に此の  $\kappa$  は  $(r/R)$  と  $\sin \phi$  との函数として、Lock に依り図表に書かれて居る。(第 5.6.7. 図)

明らかに (1) 式は、 $w$  の符合を逆にすれば、その儘風車の場合に適用して差支えない。

又、一方翼素の揚力係数  $C_L$  は、 $\alpha_e$  が小であるとして

$$C_L = 2\pi k \sin \alpha_e \div 2\pi k \alpha_e = 2\pi k (\alpha - \alpha_i) \quad (2)$$

此処に

$k$  ;  $\frac{1}{2\pi} \frac{dC_L}{d\alpha}$ 、即ち二次元翼の揚力係数の勾配を  $2\pi$  で除したもの

$\alpha_e$  ; 半径  $r$  上に於ける、零揚力の状態から測つた有効迎え角

- (4) 附 録 参 照
- (5) 註 (3) P. 21~22
- (6) 註 (3) P. 22~24
- (7) 註 (3) P. 23
- (8) 附 録 参 照
- (9) 附 録 参 照
- (10) Ergeb. Aero. dy. Versuch. Göttingen IV Lief. P. 57

## 参 考 文 献

1. Duland ; Aerodynamic Theory Vol IV
2. 竹山壽夫 ; 螺旋渦と田壩境界、應用力学会誌第3巻第13号
3. Sandi Kawada ; Calculation of induced velocity by helical vortices and its application to propeller theory. 航空学会論文集 No. 172 (1939)
4. S. Goldstein ; On the vortex theory of screw propellers. Proc. Roy. Soc. A Vol 123 (1929)
5. C. N. H. Lock ; Application of Goldstein's theory to the practical design of airscrews. R. & M. 1377.
6. C. N. H. Lock. D. Yeatman ; Table for use in an improved method of airscrew strip theory calculation. R. & M. 1674

## 附 録

岩崎氏の方法<sup>(1)</sup> による  $\Gamma$  及び  $\alpha_i$  の分布を求める方法。

C. N. H. Lock は、Goldstein の解<sup>(2)</sup> を用いて、プロペラ単独の場合の誘導速度の計算に便利で簡単な公式

$$w = \frac{B\Gamma}{4\pi r \kappa \sin \phi} = \frac{s C_L W_1'}{4\kappa \sin \phi} \quad (1)$$

但し、 $w$  ; 半径  $r$  の所に於ける、プロペラ翼素に生ずる、螺旋渦面に垂直方向の誘導速度

$W_1'$  ; 誘導速度を考慮に入れた場合の翼素への合成流入速度

$S$  ; 翼素剛性率  $\left( = \frac{Bc}{2\pi r} \right)$   $c$  ; 翼弦長

$B$  ; 翼 数

$C_L$  ; 翼素の揚力係数

$\kappa$  ; 有限翼数の効果を示す係数

$\phi$  ; プロペラ面での、螺旋渦面のピッチ角  
を与えて居る。<sup>(3)</sup>

(二) 理論値と計算値との比較。

計算に依り求められた  $C_d$ 、 $C_l$ 、 $C_w$  を、実験結果と比較すると次の通りである (第五表)

第 五 表

2 翼風車 $\mu_o=0.8$ $\beta_{0.75R}=50^\circ$			3 翼風車 $\mu_o=0.8$ $\beta_{0.75R}=50^\circ$		
$C_d$	$C_l$	$C_w$	$C_d$	$C_l$	$C_w$
0.0882	0.0706	0.0879	0.1310	0.1320	0.1050
(0.0878)	(0.0712)	(0.0940)	(0.1220)	(0.1360)	(0.0930)

但し ( ) 内は実験値を示す。

#### 4. 結 語

以上は第一近似値として計算したのであり、更に此を基にして、前と同様の方法で近似を進めるべきであるが、今回は一応此の第一次近似に止めた。

竹山氏の解は前述の如く無限に長い円壩境界が、螺旋渦の外側にある場合であり、当然有限長の境界が存在する場合の流れの状態も、理論に於て用いられた条件と異なる訳であるが、それにも拘わらず、実験の結果と比較して、大体一致する値が得られた。

又、風車の先端損失を防止する事に依り得られる  $C_d$ 、 $C_l$  の利得、及び  $C_w$  の増大は此の程度のものである事が実験結果からも、理論計算からも、明らかになった。

筆者の使用した風車は、第一報に述べた様に、先太のものであつたので、此れ丈の利得が得られたのであるが、先細の高速風車では、リングを付ける事に依り得られる風車のトルク、馬力、抵抗の増加は、可成り少い量である事が考えられる。

尙、近似度を進めた計算や、ボスの影響については更に計算して見度いと思つてゐる。

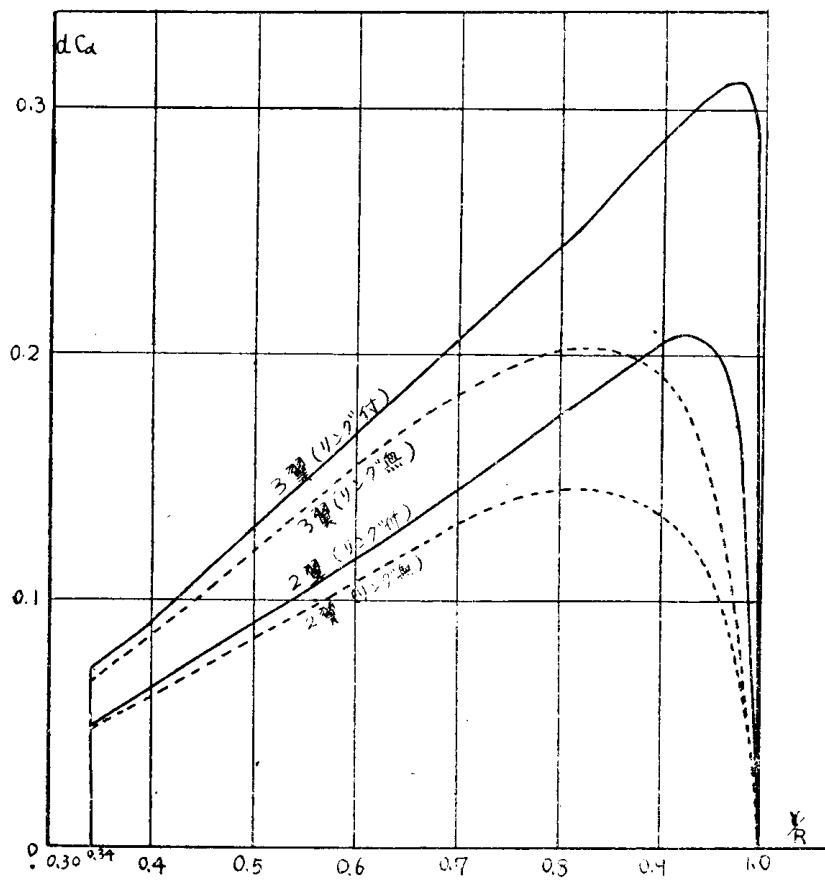
此の稿を終えるに当つて、終始御懇切な御指導を頂いた、九大工学部応用力学教室の岩崎助教授に深甚なる謝意を表する。

註 (1) 田中 豊；風車の先端損失について (第一報) 鹿児島県立大学短期大学部紀要 第3号 (1952) P. 1~14

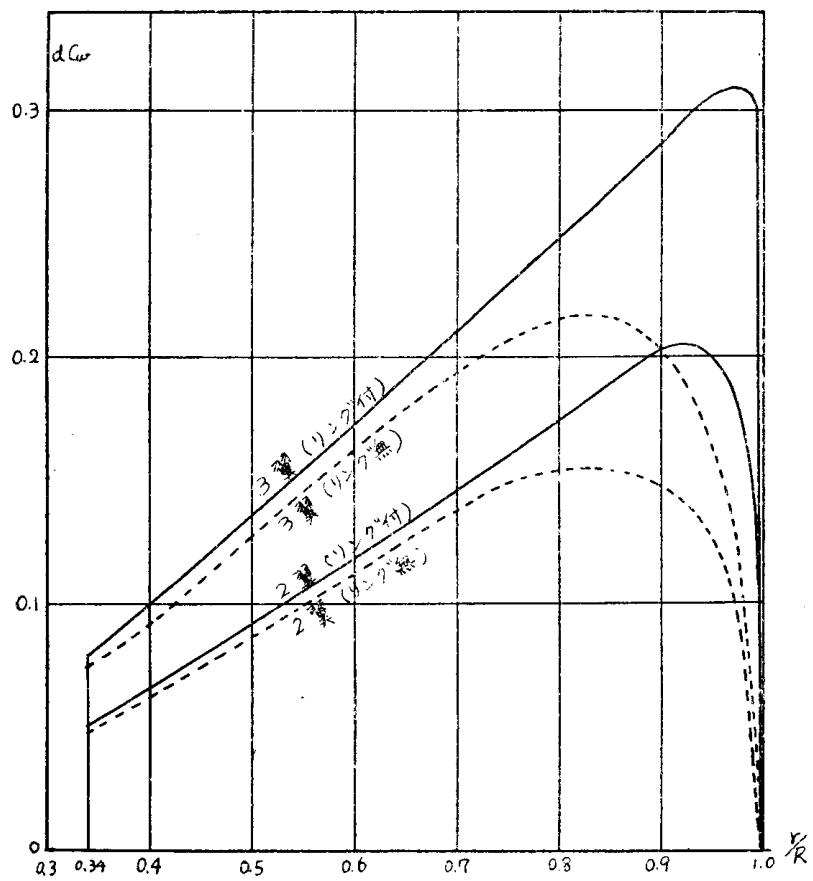
(2) 竹山壽夫；螺旋渦と円壩境界 應用力学会誌 第3巻 第13号 P. 6~8

(3) Sandi Kawada ; Calculation of induced velocity by helical vortices and its application to propeller theory., 航空学会論文集 No. 172 (1939)

第3图 2·3翼風車  $dC_a$  分布图



第4图 2·3翼風車  $dC_w$  分布图



但し、Aspect ratio =  $\infty$   $Re = 4.1 \times 10^5$

此を図に書き零揚力に対する  $\alpha$  を求めると  $-5.35^\circ$  と成る、

(c) 次に風車翼体の形状を第二表に示す。但し、 $R = 0.5m$ 、 $\beta_{0.75R} = 60^\circ$  である。

第 二 表

$r/R$	$c/R$	$\beta - 5.35^\circ$ (幾何学的迎へ角)
0.34	0.307	74.12°
0.40	0.308	70.32°
0.60	0.314	60.17°
0.75	0.326	54.65°
0.85	0.340	51.77°
0.925	0.355	49.92°
0.975	0.369	48.83°

(h) 以上の如き形状の風車に就いて、上述の式に従つて計算した一例を下に示す。  
(第三、四表)

第三表 2 翼風車  $\mu_0 = \frac{R\Omega}{V} = 0.8$   $d = 13mm$   $\beta_{0.75R} = 50^\circ$

$r/R$	$\mu$	$\beta - 5.35^\circ$	$\frac{B\Gamma}{\pi VR}$	$\alpha_i$	$\alpha^*_i$	$\alpha_e$	$\phi_i$	$dC_d$	$dC_w$
0.34	0.272	64.12	0.0707	3.13°	0.349°	7.12°	71.99°	0.0490	0.0502
0.40	0.320	60.32	0.0794	3.88°	0.441°	8.05°	68.81°	0.0662	0.0680
0.60	0.480	60.17	0.0952	5.08°	0.705°	9.12°	59.99°	0.1163	0.1173
0.75	0.600	44.65	0.1007	6.06°	1.329°	8.32°	54.30°	0.1598	0.1597
0.85	0.680	41.77	0.0945	6.75°	2.028°	7.26°	51.06°	0.1869	0.1851
0.925	0.740	39.92	0.0792	7.84°	3.180°	5.74°	48.84°	0.2089	0.2056
0.975	0.780	38.83	0.0469	10.00°	3.535°	3.22°	45.59°	0.1712	0.1796

第四表 3 翼風車  $\mu_0 = \frac{R\Omega}{V} = 0.8$   $d = 13mm$   $\beta_{0.75R} = 50^\circ$

$r/R$	$\frac{B\Gamma}{\pi VR}$	$\alpha_i$	$\alpha^*_i$	$\alpha_e$	$\phi_i$	$dC_d$	$dC_w$
0.34	0.1036	4.16°	0.140°	6.49°	70.75°	0.0724	0.0796
0.40	0.1109	4.39°	0.200°	7.54°	68.06°	0.0902	0.0961
0.60	0.1388	5.40°	0.447°	8.80°	59.42°	0.1688	0.1740
0.75	0.1426	6.30°	1.054°	8.08°	53.78°	0.2258	0.2300
0.85	0.1326	6.96°	1.788°	7.06°	50.55°	0.2653	0.2674
0.925	0.1127	8.00°	3.003°	5.58°	48.50°	0.2997	0.2984
0.975	0.0641	10.05°	4.893°	3.17°	46.89°	0.3115	0.3112

又、計算に依り求められた 2 翼、3 翼風車 ( $\beta_{0.75R} = 50^\circ$ 、 $\mu_0 = 0.8$ ) の  $dC_d$ 、 $dC_w$  の  $r/R$  に対する分布を示すと、第 3、4 図の様に成る。



$$\left(\frac{W_2}{V}\right)^2 = \{1 - \mu(\alpha_i - \alpha_i^*)\}^2 + \{\mu + (\alpha_i - \alpha_i^*)\}^2 \quad (12)$$

かくして、風車翼体に沿うての $(\alpha_i - \alpha_i^*)$ 及び $\left(\frac{W_2}{V}\right)$ の分布が判ると有効迎え角 $\alpha_e$ 、及び螺旋渦のピッチ・アングル $\phi_1$ の分布を知る事が出来、風車のトルク、及び抵抗係数は次の如く計算する事が出来る。

$$C_w = \int_{\text{Boss}}^{\text{tip}} \frac{B(C_L \cos \phi_1 + C_D \sin \phi_1) \frac{1}{2} \rho W_2^2 c dr}{\frac{1}{2} \rho V^2 \pi R^2} \\ = 2 \int_{\text{Boss}}^{\text{tip}} (C_L \cos \phi_1 + C_D \sin \phi_1) \left(\frac{W_2}{V}\right)^2 s \left(\frac{r}{R}\right) d\left(\frac{r}{R}\right) \quad (13)$$

同様にして

$$C_d = \int_{\text{Boss}}^{\text{tip}} (C_L \sin \phi_1 - C_D \cos \phi_1) \left(\frac{W_2}{V}\right)^2 s \left(\frac{r}{R}\right)^2 d\left(\frac{r}{R}\right) \quad (14)$$

此処に  $s$  ; 翼素剛性率  $= \left(\frac{Bc}{2\pi r}\right)$

$$\text{又 } C_L = 2\pi k \alpha_e = 2\pi k(\alpha - \alpha_i + \alpha_i^*) \quad (15)$$

$C_D$  は  $r_m$  の所の二次元翼の性能曲線から (14) の  $C_L$  に相当するものを読み取る。

此の如くして  $C_d$  が判ると、風車の馬力係数は

$$C_l = C_d \times \frac{2R}{V} \quad (16)$$

で計算出来る。

### 3. 計算例及びその検討

(イ) 先づ実験に使用した風車の形状を説明する。

使用した翼型は Göttingen 623<sup>(10)</sup> で、迎え角  $\alpha$  に対する揚力係数  $C_L$  及び抵抗係数  $C_D$  の値は次の通りである。(第一表)

第 一 表

$\alpha$	$C_L$	$C_D$	$\alpha$	$C_L$	$C_D$
$-7.17^\circ$	$-0.195$	$0.0255$	$2.68'$	$0.782$	$0.0155$
$-5.81^\circ$	$-0.045$	$0.0147$	$4.10^\circ$	$0.919$	$0.0181$
$-4.39^\circ$	$0.092$	$0.0119$	$5.57^\circ$	$1.049$	$0.0224$
$-2.98^\circ$	$0.231$	$0.0106$	$7.12^\circ$	$1.151$	$0.0281$
$-1.55^\circ$	$0.366$	$0.0106$	$8.74^\circ$	$1.240$	$0.0374$
$-0.14^\circ$	$0.505$	$0.0122$	$10.60^\circ$	$1.273$	$0.0573$
$1.25^\circ$	$0.648$	$0.0139$			

の補正誘導迎え角  $\alpha_i^*$  が小である時は、全補正誘導速度  $w^*$  は

$$w^* = \sqrt{1 + \mu_m^2} (w_t^*)_{r=r_m} \quad \text{であるから、}$$

$$\alpha_i^* \doteq \frac{w^*}{W_2} = \frac{w_t^* \sqrt{1 + \mu_m^2}}{V \sqrt{1 + \mu_m^2}} = \left( \frac{w_t^*}{V} \right)_{r=r_m} \quad \text{と成る。}$$

更に第 I 図から明らかな様に

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i + \alpha_i^*$$

但し、 $\alpha$  は翼素の零揚力の状態から測つた幾何学的迎え角、であり、 $\alpha$  は河田氏及びその他の方法に依る表示を用いると有効迎え角  $\alpha_e$  は  $\Gamma_n$  に関する、或函数の形で与えられる。然るに  $\alpha_i$  及び  $\alpha_i^*$  は共に又  $\Gamma_n$  の函数であるから、此を河田氏の方法に依つて解くと、翼素回りの循環と、迎え角の一般的関係

$$\frac{2\Gamma}{W_2 c} = 2\pi k \alpha_e = 2\pi k (\alpha - \alpha_i + \alpha_i^*) \quad (9)$$

但し、 $c$  ; 翼弦長、

$$k ; \text{翼断面の揚力傾斜を } 2\pi \text{ で除したもの} = \left( \frac{1}{2\pi} \frac{dC_L}{d\alpha} \right)$$

に (8) 式及び、 $\alpha_i = \alpha - \frac{\Gamma_n}{k\pi c W_2}$  <sup>(7)</sup> を代入して、 $N$  箇の連立方程式を解いて  $\Gamma$  の分布を求めなければならない。然し、此の方法は計算が少々煩雑に成るので、筆者は、岩崎氏のリングの無い場合の風車の循環分布の計算式<sup>(8)</sup>

$$\frac{B\Gamma}{\pi VR} = \frac{2\alpha (r_m/R)}{\frac{1}{2\kappa} + \frac{1}{\pi k S \sqrt{1 + \mu_m^2}}} \quad (10)$$

を円壩境界を有する風車の第一次近似として用い、此を (8) に代入して  $\alpha_i^*$  を求め、又  $\alpha_i$  としては同じく岩崎氏の式<sup>(9)</sup> に依り

$$\alpha_i \doteq \frac{w}{W} = \left( \frac{B\Gamma}{\pi VR} \right) \frac{1}{4\kappa \left( \frac{r_m}{r} \right) \sqrt{1 + \mu_m^2} \sin\phi} \quad (11)$$

を用い、リングを附けた場合の有効迎え角  $\alpha_e = \alpha - \alpha_i + \alpha_i^*$  を求めた。

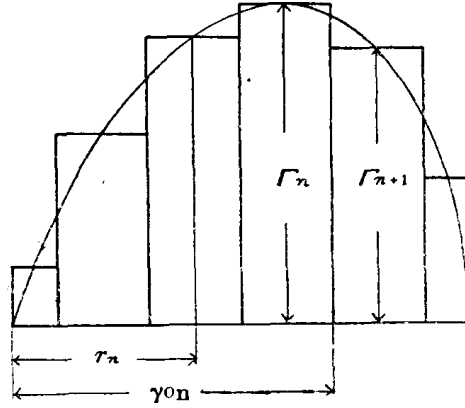
又、第 I 図から明らかな様に、リングがある場合の合成流入速度  $W_2$  は

$$\begin{aligned} W_2^2 &= \{V - (w_a - w_a^*)\}^2 + \{V \sin\phi + (w_t - w_t^*)\}^2 \\ &= V^2 \left[ \left\{ 1 - \left( \frac{w_a - w_a^*}{V} \right) \right\}^2 + \left\{ \mu + \left( \frac{w_t - w_t^*}{V} \right) \right\}^2 \right] \\ &= V^2 \left[ \left\{ 1 - \mu \left( \frac{w_t - w_t^*}{V} \right) \right\}^2 + \left\{ \mu + \left( \frac{w_t - w_t^*}{V} \right) \right\}^2 \right] \\ &= V^2 \{ [1 - \mu(\alpha_i - \alpha_i^*)]^2 + [\mu + (\alpha_i - \alpha_i^*)]^2 \} \end{aligned}$$

で此を無次元の形で書くと

るとし、此が  $r=r_m$  なる点に影響を及ぼす結果生ずる誘導速度を (6) 式で計算して、此等を翼根から翼端迄加算すればよい。

第 2 図



以上の如く考えると、此等の螺旋渦が  $r=r_m$  に誘起する補正誘導速度  $(w_t^*)_{r=r_m}$  は、 $\mu=\mu_m$ 、 $r'=r_{on}$ ； $\mu'=\mu_{on}$  と置き

$$(w_t^*)_{r=r_m} = \frac{-B}{4\pi r_m} \sum_{n=1}^N (\Gamma_{n+1} - \Gamma_n) \left[ \frac{1+\mu_{on}^2}{1+\mu_m^2} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{1}{e^{-B(t_1+t_2)} - 1} + \frac{1}{2B} \left\{ \frac{2}{\mu_o^{*2}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left( 1 + \frac{1}{\mu_o^{*2}} \right)^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{\mu_{on}} \left( 1 + \frac{1}{\mu_{on}^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \right\} \times \left\{ \log_e \frac{1}{1 - e^{B(t_1+t_2)}} \right\} \right]$$

無次元の形で書いて、

$$\left( \frac{w_t^*}{V} \right)_{r=r_m} = \frac{-B}{4 \left( \frac{r_m}{R} \right)} \sum_{n=1}^N \left( \frac{\Gamma_{n+1}}{V\pi R} - \frac{\Gamma_n}{V\pi R} \right) \left[ \frac{1+\mu_{on}^2}{1+\mu_m^2} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{1}{e^{-B(t_1+t_2)} - 1} \right. \\ \left. + \frac{1}{2B} \left\{ \frac{2}{\mu_o^{*2}} \left( 1 + \frac{1}{\mu_o^{*2}} \right)^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{\mu_{on}} \left( 1 + \frac{1}{\mu_{on}^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \right\} \times \log_e \left\{ \frac{1}{1 - e^{B(t_1+t_2)}} \right\} \right] \quad (8)$$

此処に、 $\Gamma_{N+1}=0$

$$t_1 = f(\mu_{on}) - f(\mu_o^*), \quad t_2 = f(\mu) - f(\mu_o^*)$$

$$f(\mu) = \sqrt{1+\mu^2} + \frac{1}{2} \log_e \frac{\sqrt{1+\mu^2} - 1}{\sqrt{1+\mu^2} + 1}$$

$$\mu_m = \frac{r_m \Omega}{V}, \quad \mu_{on} = \frac{r_{on} \Omega}{V}$$

と書く事が出来る。

但し、筆者の実験では、風車の中心部は大きなボスに覆われて居るので、此の計算では、風車の中心が出て居るB本の渦は考えない事にする。

第 I 図で明らかな様に、風車のみの場合の誘導迎え角  $\alpha_i$  及び円壩境界がある時

$$w_a^* = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi^*}{\partial z} \right)_{\zeta=0} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi^*}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)_{\zeta=0} = -\mu w_t^* \quad \text{と成る。}$$

今、 $r=r'$  即ち  $\mu' = \frac{r'Q}{V}$  に B 本の渦があり、 $r=r_0^*$  に境界がある時の上述の  $\phi^*$  は河田氏に依り求められた  $\phi$  の解を用いると

$$\phi^* = \frac{B\mu'\Gamma}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I'_{Bm}(Bm\mu')K'_{Bm}(Bm\mu_0^*)I_{Bm}(Bm\mu)}{I_{Bm}(Bm\mu_0^*)} \sin Bm\zeta \quad (4)$$

但し、B；螺旋渦の本数、

$\Gamma$ ；螺旋渦の強さ、

$I_{Bm}(Bm\mu)$ 、 $K_{Bm}(Bm\mu)$ ；変形ベッセル函数 となる。

(3) (4) より回転方向の風車面での補正誘導速度  $w_t^*$  は

$$\begin{aligned} w_t^* &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^*}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=0} \\ &= \frac{B\mu'\Gamma}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{mI'_{Bm}(Bm\mu')K'_{Bm}(Bm\mu_0^*)I_{Bm}(Bm\mu)}{I_{Bm}(Bm\mu_0^*)} \end{aligned} \quad (5)$$

で与えられる。

以上が竹山氏の理論であるが、河田氏と同じく (5) を Nicholson の漸近展開式

$$\begin{aligned} I_{Bm}(Bm\mu) &= \left[ \frac{1}{2\pi Bm \sqrt{1+\mu^2}} \right]^{\frac{1}{2}} e^{Bm \left\{ \sqrt{1+\mu^2} - \frac{1}{2} \log_e \frac{\sqrt{1+\mu^2}+1}{\sqrt{1+\mu^2}-1} \right\}} \\ K_{Bm}(Bm\mu) &= \left[ \frac{\pi}{2Bm \sqrt{1+\mu^2}} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-Bm \left\{ \sqrt{1+\mu^2} - \frac{1}{2} \log_e \frac{\sqrt{1+\mu^2}+1}{\sqrt{1+\mu^2}-1} \right\}} \end{aligned}$$

を用いて書くと、(5) 式は、B、 $\mu$  が大なる場合は近似的に次の様に書く事が出来る。

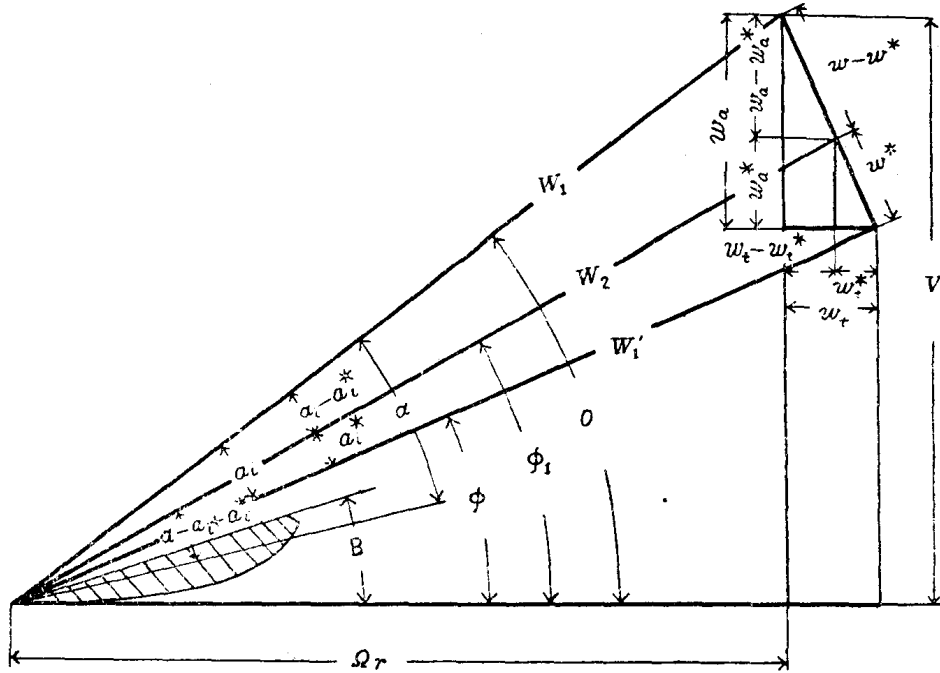
$$\begin{aligned} w_t^* &= \frac{-B\Gamma}{4\pi r} \left[ \frac{1+\mu'^2}{1+\mu^2} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{1}{e^{-B(t_1+t_2)-1}} + \frac{1}{2B} \left\{ \frac{2}{\mu_0^*} \left( 1 + \frac{1}{\mu_0^*} \right)^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{\mu'} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left( 1 + \frac{1}{\mu'^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \right\} \times \log_e \left\{ \frac{1}{1 - e^{B(t_1+t_2)}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

但し、 $t_1 = f(\mu') - f(\mu_0^*)$ 、 $t_2 = f(\mu) - f(\mu_0^*)$

$$f(\mu) = \sqrt{1+\mu^2} + \frac{1}{2} \log_e \frac{\sqrt{1+\mu^2}-1}{\sqrt{1+\mu^2}+1}$$

(6) 式は循環が翼体に沿うて一様に分布して居り、その先端から B 本の、強さ  $\Gamma$ 、半径  $r_0^*$  の螺旋渦が出た時に、風車面に生ずる回転方向の誘導速度を示して居るが、実際風車の翼体に沿うて、 $\Gamma$  は第 2 図の様に変化して居るから、風車面上の一点の  $w_t^*$  を計算するには、河田氏の方法<sup>(6)</sup> に従つて、翼根から翼端迄を適当に  $n$  分して、その分けられた区間に於ては、循環  $\Gamma_n$  が一様に分布して居り、区間の境界に於ては両区間の循環の差に相当する  $\Gamma_{n+1} - \Gamma_n$  の強さの螺旋渦が B 本出て居

第 1 図



$\Phi = \phi + \phi^*$  と書く事が出来る。但し、 $\phi$  は境界が無く、従つて螺旋渦のみが存在する時の速度ポテンシャルで、此については既に河田氏が解を求めて居られる<sup>(5)</sup>。

円壩境界の所では、法線方向の速度が零でなければならないから、リングの半径  $r = r_0^*$ 、即ち、 $\mu = \mu_0^*$  に於て、 $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$

$$\text{従つて、} \frac{\partial \phi}{\partial \mu} + \frac{\partial \phi^*}{\partial \mu} = 0 \quad \frac{\partial \phi^*}{\partial \mu} = - \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \quad (2)$$

という関係が得られる。

故に (2) を満足する (1) の解を求めれば、円壩境界がある場合の速度ポテンシャル関数は、 $\Phi = \phi + \phi^*$  として求められる。

此は螺旋渦が無限に前後に続いて居り、円壩も又無限に長い場合についてであるが、風車面に於ける一点の誘導速度を考える場合は、その前には螺旋渦は無く、その後方に無限に渦が続いているものと考え、上述の  $\Phi$  から求まる誘導速度の  $1/2$  が、風車面に生ずると考えてよい。

従つて与えられた風車面の誘導速度  $W_t$  は、

$$W_t = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=0} = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=0} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^*}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=0} = w_t + w_t^* \quad (3)$$

と成る。但し、 $w_t$  は境界が無く、従つて螺旋渦丈がある時の回転方向の誘導速度、又  $w_t^*$  は円壩境界が存在する為に生ずる回転方向の補正誘導速度である。

又、軸方向の補正誘導速度  $w_a^*$  は

# 風車の先端損失について (第二報)

田 中 豊

## 1. ま え が き

筆者は第一報<sup>(1)</sup>に於て、風車にリングを付け、その先端損失を防止した場合の、トルク係数、馬力係数、抵抗係数を実験的に求め、此をリングを付けない場合の実験結果と比較したが、本報告に於ては、リングを付けた場合の風車の性能について若干の理論的解析を試みて見た。

解析に当つては、プロペラの螺旋渦の理論を用いたが、円壩境界の存在する螺旋渦の場の速度ポテンシャルについては、竹山氏が既にその解を求めて居られる<sup>(2)</sup>ので、筆者は主として此に依つた。

但し、竹山氏の理論は無限長の円壩境界の場合についてであり、実際に筆者の用いたリングは第一報に示した様に軸長 300 mm の有限長のものであるから、竹山氏の場合とは風車面の前後の流れが異ると考えられ、氏の理論を用いても実験結果との間に満足な一致を得る事は難しいと思われる。然し筆者は、此の無限円壩境界の理論値と実験結果がどの程度迄一致を見るかを確める目的もあつて、此の計算を試みた。更に竹山氏の理論を実験風車の性能計算に用いその補正誘導速度を求める際に、その風車翼長に沿うての循環分布を計算するに当つては、河田氏の方法<sup>(3)</sup>に依らず、岩崎氏の方法<sup>(4)</sup>に依り計算された、境界の無い場合の循環分布の値を、第一次近似として用いる方法をとつた。

以上の如き計算に依る理論値と実験値との両方から、風車の先端損失を防止した場合のトルク、馬力の利得及び抵抗の増大を確め得たので報告する次第である。

## 2. 理 論 的 解 析

先づ竹山氏の理論の概要を風車の場合に適用して述べる。

$\phi$  を螺旋渦の外側に円壩境界を有する場合の流れの場の速度ポテンシャルとすると、此はラプラスの方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \mu^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial \mu} + \left(1 + \frac{1}{\mu^2}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (1)$$

但し、 $\mu = \frac{\Omega r}{V}$ 、 $\zeta = \theta - \frac{\Omega z}{V}$ 、 $V$  ; 風速

$\Omega$  ; 風車の回転角速度  $r$ 、 $\theta$ 、 $z$  ; 円壩座標を満足しなければならない。

今、境界がある為に生ずる補正ポテンシャルを  $\phi^*$  とすると、此のポテンシャル  $\phi$  は、