

代替財の無差別曲線

兎 玉 元 平

(一)

ヒツクスは其の著「価値と資本」に於て、消費者需要の理論が他の経済理論に対して比較的かんきやくされ来たつた事を指摘し、英語で書かれた書物に関してはマーシャルの「原理」第三篇が最後のものであると述べている。^①然しヒツクス以後、此の立遅れた需要理論は生計調査に関する統計学の発達と相俟つて、現在に於ては最も精密な域に到しつゝあり、ジヨルジスク・レージエンの如き、今迄自然科学のみの属性であると考へられていたかの嚴密性と正確性の程度が需要理論に於て遂に到達したと言つてゐる。現代の消費者需要理論は、無差別曲線の理論と、選択の理論とを二大支柱とする。ヒツクスがその需要理論の展開に於て、直接批判の対象としたマーシャルの理論は、放用の可測性を前提とした限界放用遞減の法則の帰結であつた。斯る伝統的な限界放用分析に対してヒツクス、及びアレンは無差別曲線の分析を以つて代へ效用可測性の問題を廢除した。^②そこで本稿に於ては主としてヒツクスの需要理論の線に沿つて、最も近代的な分析用具たる無差別曲線の性質を代替財の場合を例として考察する。

一般に無差別曲線群を与へる微分方程式は、效用函数を

$$u = (x, y)$$

(1)

とすれば

$$f_x dx + f_y dy = 0 \quad (2)$$

で表はされる。即ち、

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} \quad (3)$$

そこで無差別曲線は右下りの形を持つ。

次に此の無差別曲線の凸凹に就ては (3) を更に微分して、

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{(f_{xx}f_y^2 - 2f_{xy}f_xf_y + f_{yy}f_x^2)}{f_y^3} \quad (4)$$

故に、

$$\frac{d^2y}{dx^2} \begin{cases} > 0 \\ < 0 \end{cases} \quad \text{によりて更線の凹凸を判別する。}$$

問題の二財が独立財である場合、

$$f_{xy} = 0 \quad f_{xx} < 0 \quad f_{yy} < 0$$

であるから曲線は原点に対して凸の形を持つ。

補完財の場合に於ては、

$$f_{xy} > 0 \quad f_{xx} < 0 \quad f_{yy} < 0$$

同様に曲線は凸形である。

さて代替財の場合に於ては、無差別曲線は如何なる形を持つか。此の問題に入る前に、代替財の概念に就て理解を明確にする必要がある。我々の所得が一定であり、而も消費の欲求が無限であるとすれば、すべての財は独立財、補完財とを

問はず、競争的な関係にあるであらう。然し所謂代替財は單にこの意味に於ける競争的な財ではない。数理学派の古典的な定義は次の如くである。

若し二財を組合して使用するならば、單獨に使用した場合よりもその全部効用が低い場合、斯る財を代替財と云ふ。例へばXY二財があつてXの供給増加(Yは一定として)はXの限界効用を減少せしめるならばXとYとは代替的な関係にあり、両財は代替財である。③亦右の説明は効用なる用語を使用しないで次の様に換言し得るであらう。即ち、消費者が或る商品を組合して購入する場合此等の商品を個々に購入する場合に比して、より多額の代価を支払ふを欲しない場合、斯る財を代替財と言ふ。此の関係は一定の所得に関連して凡ての財は相互に競争的な関係にあると云ふ表現とは確に異つたものであつて、一般購買力を媒介とした競争関係よりも遙に密接な代替関係を持つ処の財である。以上の事から $U_{xy} < 0$ 、故に無差別曲線の凸凹は(4)式からは理論的には不定である。

經驗的な立場を離れるならば、代替財の無差別曲線は原点0に対して(以後曲線の凸凹はすべて原点に対してである)極めて凹の形をとる事も考へられる。我々の問題はまさに此の点を考察するにある。

(二)

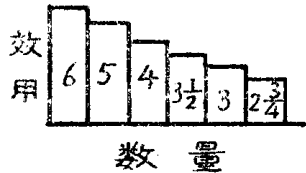
以下の所論は効用の可測性を前提とする。此の点は勿論十分問題となる。元來無差別曲線による代替理論そのものは効用の可測性を離れて論ぜられていたのであつて、此の曲線の性質は可測性の有無に関係なく定まるといふ処にその特徴がある云われている。然し一步退いて考へるならば、無差別曲線にて効用曲線におきかへることは経済理論を一層現実的にし得るであらうけれども、需要理論を無差別曲線から導き出すことが、果して無差別曲線が得られる場合の基礎とな

限界效用表

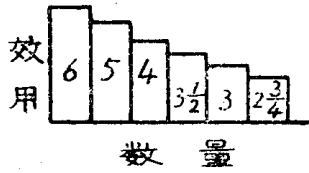
マーガリン
(M)

バター
(B)

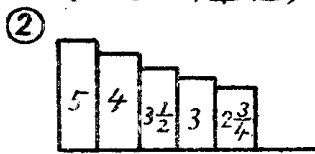
① (マーガリンのみの場合) (バターのみの場合)



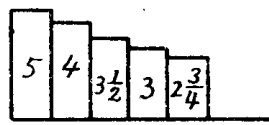
(+Bの1単位)



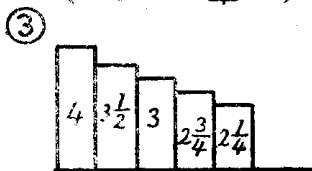
(+Mの1単位)



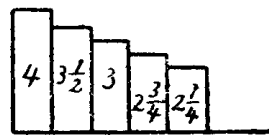
(+Bの2単位)



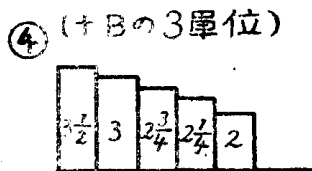
(+Mの2単位)



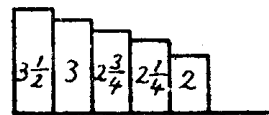
(+Bの3単位)



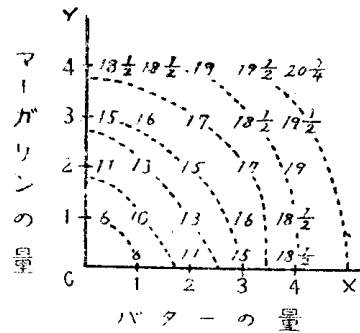
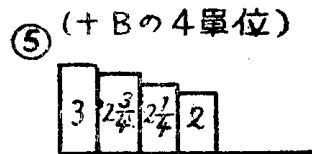
(+Mの3単位)



(+Bの4単位)



(+Mの4単位)

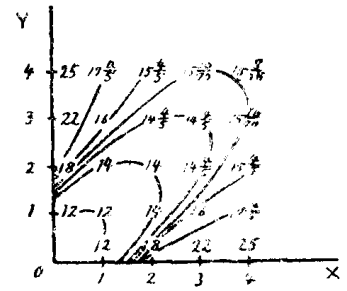
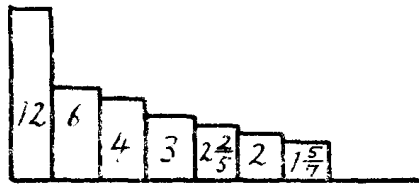


オ一図 弾力的な限界效用の代替取無差別曲線

その曲線の傾斜は財の效用遞減状態によりて定まる。代替財の無差別曲線の形は亦問題の財の限界效用遞減の弾力性によりて決定される。尤もヒツクスは後述する如く、限界效用遞減の凹凸とは同一ではないと述べているが、先ず限界效用遞減の弾力性から無差別曲線の形を考察していこう。

代替財の例としてバター、マーガリンをとる。両財は相等しく評価されると仮定する。故に此の場合マーガリンはバターに對して所謂下級財の地位にはな

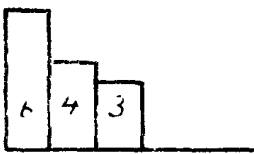
① M.B の限界效用表



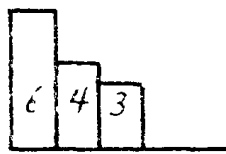
ホ二圖 限界效用递减の弾力性1の代替財無差別曲線

②

(+Bの1單位)

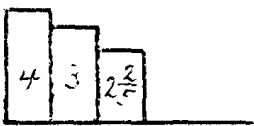


(+Mの1單位)

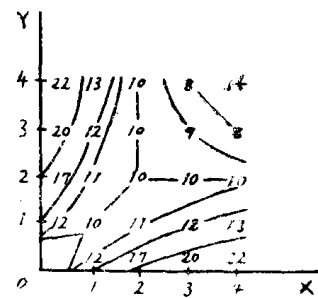
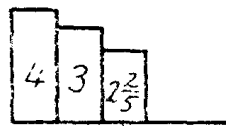


③

(+Bの2單位)

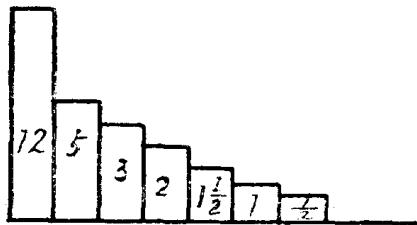


(+Mの2單位)



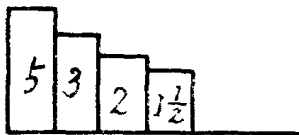
ホ三圖 限界效用非彈力的代替財無差別曲線

① M.B の限界效用表

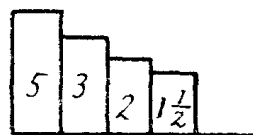


②

(+Bの1單位)

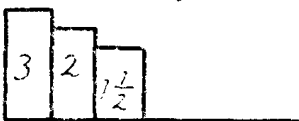


(+Mの1單位)

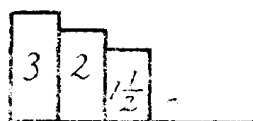


③

(+Bの2單位)



(+Mの2單位)



い。下級財としての代替財に就ては後述する。
 マーガリン、バター両財の組合による限界效用表を次の如く
 とる。
 上の效用表からバター（以後Bとする）及びマーガリン（以
 後Mとする）の無差別曲線群をえがく。
 先ず一單位のBと二單位のMの組合せを考へてみると右の効

用表からBに対しては4の效用、Mに対しては9の效用、従つて全部效用13である。(4)横軸にB、縦軸にMの限界效用を測り、等效点に沿つて曲線をえがけば第一図の如くなる。無差別曲線は原点0に対して凹である。

次に代替財が等しく一の弾力性を持つた限界效用遞減傾向を示すと第二図の如くなる。最後に非弾力的な財の無差別曲線は第三図で示される。

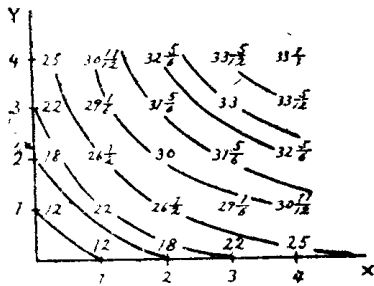
以上三つの無差別曲線図表では曲線は凡て凹である。そこで次の如く言へるであらう。即ち非弾力的な財の無差別曲線は極めて凹な形をとり、效用曲線が非弾力的であればあるだけ、その凹状も極端となる。限界效用遞減の弾力性によりて代替財の無差別曲線は場合によつては極めて凹な形をとる事が理解される。然し以上の凹な曲線の形状は代替財の組合せによる相互の効用に及ぼす影響、換言すれば、效用曲線の移動の程度が極めて大であり、且二財に於ける程度が等しいと言ふ原因に由来する。代替財の組合せによりて斯る效用の大きな変化が實際考へ得るであらうか。我々は此の点を分析する事によつて更に無差別曲線の性質を検討する必要があるであらう。

(三)

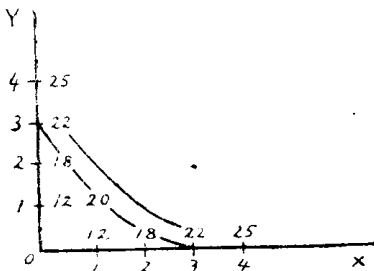
先ず第二図で示された代替財の場合を考へよう。次の如き效用表を得れば、その無差別曲線は第四図の如くなるであらう。

此の無差別曲線群は凸状である。其故組合せによる效用変化の程度が微小であれば、曲線は凸状をなす。

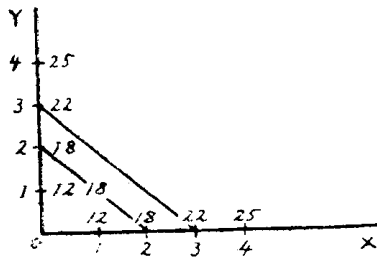
而して第五図、第六図の如く效用変化の程度が少しづつ増加するに従ひ曲線の凸状も次第に減少して更に凹状に転化してゆく。



オ四図
限界効用逓減の弾力性の
代替財無差別曲線
(效用曲線の移動僅少)



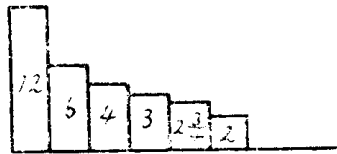
オ五図
限界効用逓減の
弾力性1の場合



もB2単位又はM2単位の場合も同じ18の
效用を持つ。
更に我々は凸状の無差別曲線がなすところの
效用変化の程度を不完全代替と呼び、凹状をな
す変化の程度を超完全代替と呼ぶ事が出来るで
あらう。(5)

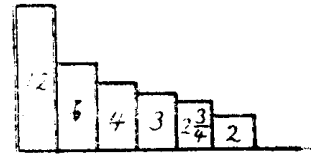
マーガリン

① (Mのみの場合)

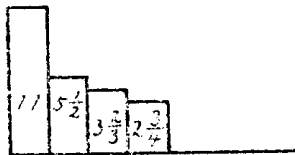


バター

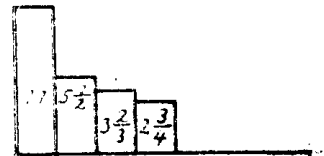
(Bのみの場合)



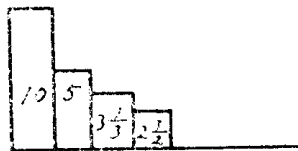
② (+Bの1単位)



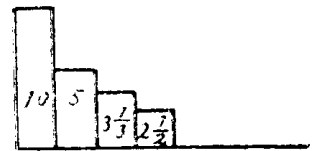
(+Mの1単位)



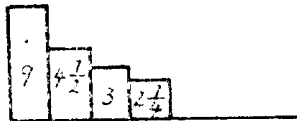
③ (+Bの2単位)



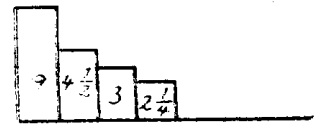
(+Mの2単位)



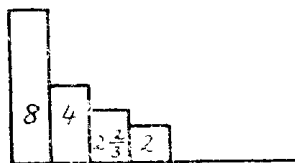
④ (+Bの3単位)



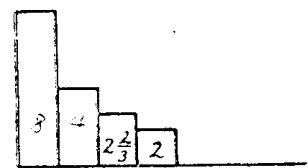
(+Mの3単位)



⑤ (+Bの4単位)



(+Mの4単位)



そこで或る代替財の供給の
変化の結果として無差別曲線
を直線とならしむるが如き限
界効用表の変化が考へられる
であらう。
それでは直線をなす無差別
曲線何を意味するかそれは完
全代替の状態を指す、換言す
れば消費者はいづれの財を持
つかに就ては完全に無差別の
状態を意味する。第六図で言
へばBとMの一単位の組合せ

斯くて代替財の無差別曲線の形状は次の二つの要因によりて決定される。即ち、

- (一) 各財の限界效用遞減の弾力性
- (二) 各財の相互の効用に及ぼす変化の程度、即ち效用曲線の移動の程度

ヒックスは限界效用遞減と無差別曲線の凸状との關係に就て次の如く述べている。

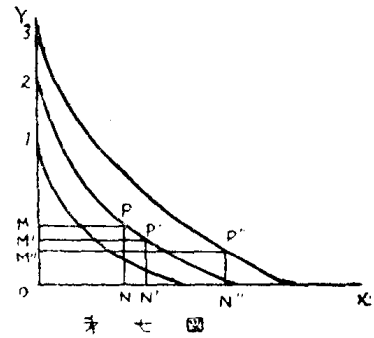
「其故に取得と喪失が等しければ曲線のスロープは

$$\frac{Y \text{の取得量}}{X \text{の喪失量}} = \frac{X \text{の限界效用}}{Y \text{の限界效用}}$$

P 点を通過する曲線のスロープは個人が夫々 X Y の PN、PM 量を持つとき X の限界效用と Y の限界效用との比率を測る。

我々は曲線の形状に就て更に知る処があるだらうか。

限界效用遞減の法則を此の図表に翻譯し得る何らかの方法があらねばならぬように思ははるであらう。一見した処、此の翻譯は可能であるように見える。無差別曲線に沿つて右に移動すると X の増加、Y の減少となる。X の増加は X の限界效用を減少せしめ、Y の減少は Y の限界效用を増加せしめる。其故に両者を基礎としての曲線のスロープは遞減しなければならぬ。右に移動するにつれてそのスロープが遞減する下降曲線は第七図に見る如く、原点に対して凸であらう。然しながら、此は必ずしもそうとは限らぬ。右に述べた直接的な効果に関する限りはそうでなくてはならぬが、亦こゝに考慮に入れねばならぬところの他の間接的な効果がある。X の増加は X の限界效用のみならず亦 Y の限界效用に影響を及ぼすかも知れぬ。斯る關係財に報て云へば以上の議論は必ずしも妥当せぬ。X の増加が Y の限界效用を減少せしめ、又 Y の減少が X の限界效用を増加せしめると考へよう。且斯る交叉的效果が著しいとしよう。そうするとこの交叉的效果は實際には直接的效果を相殺するかも知れぬ。無差別曲線のスロープは右に移動するにつれて増加するかも知れぬ。此の事は確に奇



妙な例であるが、限界効用の遞減と矛盾するものではない。限界効用の遞減と無差別曲線の凸状とは同じものではない。我々の以上の分析から無差別曲線が凹状をとるのは超完全代替財の場合のみに起ることが理解される。XY両財の組合せによる使用は著しくその効用を変化せしめる。従つて現実には斯る財は組合せて使用する事は不利であり、殆んど行はれないであらう。斯る財は既述のヒックスの言葉に依れば交叉的效果が著しく完全に直接的効果を相殺して尙余りあるものである。斯る財の組合せを示す無差別曲線は現実的には殆んど価値を持たぬであらう。第一図、第二図、第三図に於て、各軸の各点から平行線を引きその交点に於ては、各軸よりも遙に低い全部効用を持つに過ぎぬ。其故に所得消費曲線、及び価格消費曲線は全くいづれかの軸上にある。そこで若し所得の全部が二財に支出されるとし且人の趣味や財の相對的価格によりて一財が廢除されるならば他の一財への支出は所得又は価格と比例的に増加しなければならぬ。恐らく斯る非現実的な状態は二つの代替財例へばマーガリンを一軸に、他の財例えばバターを含む他の諸財も他軸にとることによりて訂正し得ると考へられるかも知れぬ。然し此の方法は適切ではない。

所得が増加し且他の諸財の消費が増加してもバターの消費は増加するかも知れぬし又増加しないかも知れぬ。若し増加するならば代替財の分析によりて明である如く他の一財は全然消費されぬ事になる。若しバターの消費が増加せず、むしろ減少するならば、矛盾する傾向の財を他の凡ての財に包含せしめるは無意味である。そこで独立財の如く一財と他の凡ての財とを兩軸に対比せしめる方法は簡単に代替財の場合には適用する事が出来ぬ。

次に超完全代替財の場合を離れて不完全代替財を考へると、その価格消費曲線、所得消費曲線は、無差別曲線群と各価格線との接点によりて定まる。

独立財の所得消費曲線はその限界として垂直線及び水平線の形をとるが、代替財の場合には斯る制限はない。例へば所謂下級財の場合には所得が増加すれば、他の級高財に代へられてしまふ場合には所得消費曲線は右に廻るか或は右下に向

ふ。此の場合例へばマーガリンとバターの例をとれば両財の限界効用が等しくない場合、所得の増加は次第に下級財としてのマーガリンの消費を減少せしめる。

更に価格下落の場合、需要法則によれば財し消費が増加する傾向にあるが、下級財の場合無差別曲線によりて需要曲線を考察してみると逆に下級財の需要量が減少する例が見られる。之等は所謂代替効果、所得効果の概念によりて論ぜられる所であり、亦マーシャルが *Giffen Casa* として述べたものである。此の事實は物論ヒックスが述べた如くの需要法則の否定ではなく例外的な事實に過ぎない。以上我々は代替財を中心として無差別曲線の性質を考察して来た。而も二財の代替関係を問題とした。然しヒックスも言ふ如く眞に重要なのは二財間の比較ではない。代替財と他の多くの財とを比較しなければならぬ、一般購買力と比較しなければならぬ。独立財の場合、此は可能である。代替財の場合、両軸に二代替財をはかれば、幾何的学には不可能である。無差別曲線によりて二代替財のいづれが使用されるか、或は二代替財はいかなる割合で使用されるかを知る事が出来る。然し他の多くの財との関係は此の方法によりて知る事が出来ない。

此の事實は将来代替財が益々重要性を持つに照して考へれば、無差別曲線の分析方法に更に問題を残すであらう。

註 (1) I. R. Hicks, *Value and Capital*, 2nd Edition. P. 11 R. T. Norris, *The Theory of Consumers demand*. P. 3

(2) R. G. D. Allen. "The nature of Indifference Curve" *Review of Economic Studies*, (1934). P. 110~121

(3) Pareto, *Manuel D'economie Politigue*, P. 42

ヒックスは代替財の定義に於て限界効用の概念を使用しないで貨幣の限界代替率なる概念を使用して説明する。「Xの追加單位が消費者を前よりも有利にしないような仕方では貨幣と代替されるとき、貨幣に対するYの限界代替率が減少するならば、YはXに対する代替財である」 Hicks, *ibid*, P. 44

(4) 全部効用の測定に就ては Böhm-Bawerk と Von Wieser との有名な論争がある。こゝではベームの方法に従ふ。

(5) R. T. Norris, *ibid*, P. 35

(6) Hicks, *ibid*, P. 14~16.

(7) Hicks, *ibid*, P. 35